

О допустимых возмущениях модели “хищник-жертва”

Мусафиров Э.В., доц.

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы

Многие процессы реального мира моделируются с помощью хорошо изученных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Теория отражающей функции (ОФ) позволяет использовать результаты исследования этих систем при изучении допустимо (без изменения ОФ) возмущенных систем, сопоставив характер поведения решений этих систем (см. [1, 2]). У систем с одинаковой ОФ совпадают операторы сдвига вдоль решений, а для периодических систем совпадают их отображения за период $[-\omega, \omega]$.

Теорема. Для любых $a, b, c \in \mathbb{R}$ система Лотки-Вольтерра с логистической поправкой $\dot{x} = x(a - bx)$, $\dot{y} = -y(-a + 3bx + cy)$ эквивалентна (в смысле совпадения ОФ) системе

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x(a - bx)(1 + \alpha_1(t) + 8ac\alpha_2(t)), \\ \dot{y} &= y(a - 3bx - cy)(1 + \alpha_1(t) - \\ &\quad - (12bx(a - bx)^2 - 2c(a^2 - 6b^2x^2)y + c^2(2a + 3bx)y^2)\alpha_2(t),\end{aligned}$$

где $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$ – произвольные скалярные непрерывные нечетные функции.

Замечание. Учитывая, что обычно динамика процессов моделируется на неотрицательной временной полуоси, непрерывные функции $\alpha_k(t)$ ($\alpha_k(0) = 0$) можно доопределить нечетным образом на отрицательную полуось.

1. В.И. Мироненко, Отражающая функция и исследование многомерных дифференциальных систем (Гомель: ГГУ им. Ф.Скорины: 2004).
2. Э.В. Мусафиров, Временные симметрии дифференциальных систем (Пинск: ПолесГУ: 2009).